

Una Transformada Ondita de Mayor Densidad

Leandro D. Vignolo

*Lab. de Inv. en Señales e Inteligencia Computacional,
Dpto. de Informática - Fac. de Ing. y Cs. Hídricas - UNL
leandro.vignolo@gmail.com*

I. INTRODUCCIÓN

EN el artículo analizado se presenta un conjunto de marcos de onditas diádicas. Estas onditas cubren el plano tiempo-frecuencia de manera tal que brinda un mayor muestreo tanto en tiempo como en frecuencia. Los marcos propuestos, que son de soporte compacto y poseen momentos nulos, permiten obtener una transformada ondita con escalas intermedias y es aproximadamente invariante al desplazamiento (ver Apéndice B).

Para determinadas aplicaciones se puede mejorar el desempeño utilizando una transformada sobrecompleta, es decir, una transformada que expanda una señal de N puntos en M coeficientes y tal que $M > N$. Existen varias transformadas onditas sobrecompletas, entre ellas la UDWT (*del inglés undecimated discrete wavelet transform*) que es expansiva en un factor $J + 1$ para J escalas [1], la transformada onditas discreta de doble densidad, dos veces expansiva y la PWT (*del inglés partially decimated wavelet transform*) cuya redundancia puede variar entre 1 y $J + 1$. Sin embargo ninguna de las transformadas mencionadas incrementa el muestreo con respecto a la frecuencia (o escala). La transformada ondita con escalas redundantes introducida en [2] tiene escalas intermedias y es útil para limpieza de ruido, sin embargo, no es submuestreada y es muy redundante.

En el artículo se desarrolla una transformada ondita diádica expansiva que sobremuestra tanto en tiempo como en frecuencia con un factor de dos. El marco (o base sobrecompleta) asociado con esta transformada expansiva posee dos generadores $\psi_i(t)$, $i = 1, 2$, de manera que el espectro de la primera ondita se concentra entre el espectro de la segunda y la versión dilatada de la misma ($\Psi_1(w)$ esta concentrada entre $\Psi_2(w)$ y $\Psi_2(2w)$). Además, la segunda ondita se traslada mediante múltiplos de $1/2$, en lugar de enteros. En el artículo además se presenta la construcción onditas de soporte compacto con momentos nulos para la utilización con la transformada.

II. ANÁLISIS GENERAL

A. Opinión general del trabajo

El artículo presenta un aporte novedoso, el incremento de resolución tanto temporal como en las escalas que ofrece esta transformada la convierte en una nueva alternativa para el problema de limpieza de ruido y otras aplicaciones que el autor menciona. El desarrollo matemático concluye en una receta útil para el diseño de marcos justos de onditas que

puede aplicarse de una manera práctica y sencilla. En la introducción se justifica de manera correcta el desarrollo de la nueva transformada destacando las características que hacen interesante la propuesta. Si bien hay algunas omisiones en el desarrollo, como se describe en la sección correspondiente, el trabajo en su totalidad está escrito de manera clara y entendible.

Otro punto a favor es que el autor puso a disponibilidad un *toolbox* para *Matlab* que cuenta con la implementación de la transformada propuesta y una serie de scripts para reproducir los ejemplos presentados en el artículo. Sin embargo, dentro de este conjunto de rutinas no hay un script para reproducir de forma directa los experimentos.

B. El resumen

El autor resume el artículo de manera clara, permitiendo al lector obtener una idea general de la propuesta. Sin embargo, trata de dar detalles muy vagos del desarrollo que no corresponden en el resumen, por ejemplo, la localización de los espectros de las onditas es un detalle que se puede explicar directamente en el desarrollo. Por otro lado se omite hacer mención de los experimentos y resultados de limpieza de ruido que se presentan.

Por otro lado, en el resumen el autor menciona que la transformada propuesta es aproximadamente invariante en el tiempo y no deja en claro a qué se refiere con esto. Si bien en el desarrollo del artículo hay una auto-referencia a un trabajo donde lo explica [3], no está citado en la parte del texto donde corresponde.

C. La introducción

La introducción del artículo es clara y concisa, y se introducen claramente los objetivos del trabajo. Se realiza un correcto análisis del estado del arte donde menciona las distintas transformadas sobrecompletas existentes, citando la bibliografía correspondiente y explicando las correspondientes ventajas y desventajas.

D. Metodología

El estudio desarrollado por el autor es claro y está bien formulado, lo que permite que otra persona pueda reproducirlo siguiendo los pasos como están explicados. En general todos los pasos están justificados, aunque en la segunda sección se afirma que "si los filtros satisfacen ciertas condiciones de reconstrucción perfecta y la función de escala

es suficientemente regular entonces las onditas escaladas y trasladadas forman un marco justo"; sin embargo esta afirmación no está justificada y en el artículo citado [4] tampoco se demuestra dicho resultado.

Además, en el punto A de la tercera sección tampoco se justifica claramente la elección del filtro de fase lineal, respuesta finita y máximamente plano, el cual se utiliza en los ejemplos y la experimentación. Si bien se hace referencia a un trabajo sobre el diseño de este tipo de filtros, se debería dejar en claro si dicha elección se basa en un resultado del trabajo citado.

E. Resultados y discusión

Si bien la sección de resultados del artículo analizado es poco extensa, es suficiente ya que el resultado que justifica al mismo no es la experimentación sino la comparación de las nuevas onditas con las clásicas en base a la regularidad de Sobolev (ver Apéndice A). En los ejemplos se discute adecuadamente sobre la regularidad de las onditas diseñadas y las demás propiedades que presentan. No se ofrece una buena discusión sobre los resultados de limpieza de ruido donde éstos sean debidamente valorados y la sección de conclusiones, además de los trabajos futuros, es un mero resumen del trabajo. En la última sección de este informe se realiza un análisis más completo de los resultados.

F. Otros comentarios

Las citas bibliográficas del artículo son adecuadas, los trabajos citados son en su mayoría recientes y también se hace referencia a algunos libros clásicos. Aunque también se citan dos trabajos muy antiguos (Burrus y Adelson, 1983; Hermann, 1971). También hay dos autorreferencias, uno de los cuales es un capítulo de un libro editado por Meyer y entre las citas más destacadas se puede mencionar algunos trabajos de Daubechies, Donoho, Coifman, Vetterli, Burrus y Chui. El formato de la bibliografía es incorrecto, ya que aparece en orden alfabético mientras que el formato de la editorial establece el orden por aparición.

En cuanto a las figuras, un detalle es que las distintas gráficas del trabajo presentan diferente grado de definición en el formato y en el tamaño de letra de los ejes. Además, por ejemplo en la figura 4, la escala de las gráficas es demasiado pequeña, así como el tamaño de la fuente de los ejes. Otra observación es que algunas figuras, como por ejemplo la 6 y la 1, tienen el título directamente sobre las imágenes mientras que lo usual es referenciarlos en el pie de imagen. Se ha encontrado ilustrativa la figura 1.

Una observación sobre el formato es que sobran espacios entre el texto y muchas de las ecuaciones, además de que en las mismas se omiten las comas en la mayoría de las veces.

III. DESARROLLO DE PASOS INTERMEDIOS

A. Condiciones de reconstrucción perfecta

En el artículo se desarrollan los pasos para obtener un conjunto de funciones

$$\{\phi_k(t), \psi_{i,j,k}(t) : j, k \in \mathbb{Z}, j \geq 0, i = 1, 2\},$$

que forman un marco justo para $L^2(\mathbb{R})$ cuando $\phi_k(t)$ y $\psi_{i,j,k}(t)$ se obtienen a partir de un filtro $h_i(n)$ que satisface ciertas condiciones de reconstrucción perfecta y $\phi_k(t)$ es suficientemente regular.

Para la implementación de la transformada se utiliza un banco de filtros de tres canales, en el cual sólo se submuestran los dos primeros. Para construir el marco justo de onditas los autores imponen condiciones en el banco de filtros de manera que éste cumpla la propiedad de reconstrucción perfecta. Para esto, parten de la función de transferencia del filtro pasabajos, $H_0(z)$ factorizándola como el producto $P_0(z)Q_0(z)$ para determinar a partir de la misma los filtros pasa-banda y pasa-alto.

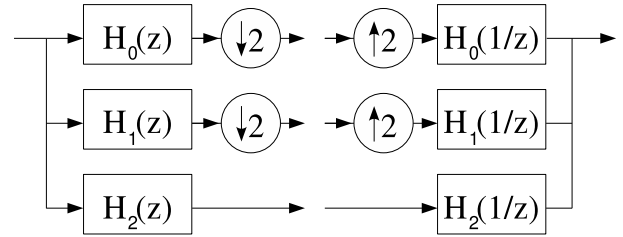


Fig. 1. Bancos de filtros de análisis y síntesis utilizados.

Si las señales de entrada y salida de la Figura 1 son $x(n)$ y $y(n)$ entonces la transformada Z de $y(n)$ es

$$Y(z) = 0,5[H_0(z)X(z) + H_0(-z)X(-z)]H_0(1/z) + 0,5[H_1(z)X(z) + H_1(-z)X(-z)]H_1(1/z) + H_2(z)H_2(1/z)X(z). \quad (1)$$

donde $H_i(-z)X(-z) = R_i(-z) =$

$$= \sum_n r_i(n)(-z)^{-n} \xleftrightarrow{Z} \begin{cases} r_i(n), & n \text{ par} \\ -r_i(n), & n \text{ impar,} \end{cases}$$

y $H_i(z)X(z) = R_i(z) = \sum_n r_i(n)z^{-n} \xleftrightarrow{Z} r_i(n)$, entonces los términos $H_i(-z)X(-z)$ expresan el submuestreo en la salida de los filtros $h_i(n)$.

Reordenando (1) se tiene

$$Y(z) = T(z)X(z) + V(z)X(-z), \quad (2)$$

donde $T(z)$ está dado por

$$0,5[H_0(z)H_0(1/z) + H_1(z)H_1(1/z)] + H_2(z)H_2(1/z), \quad (3)$$

y $V(z)$ está dado por

$$0,5[H_0(-z)H_0(1/z) + H_1(-z)H_1(1/z)]. \quad (4)$$

Para obtener una reconstrucción perfecta (RP) necesitamos $T(z) = 1$ y $V(z) = 0$, es decir

$$H_0(z)H_0(1/z) + H_1(z)H_1(1/z) + 2H_2(z)H_2(1/z) = 2 \quad (5)$$

y

$$H_0(-z)H_0(1/z) + H_1(-z)H_1(1/z) = 0. \quad (6)$$

Luego se factoriza $H_0(z) = P(z)Q(z)$ para encontrar filtros h_0 , h_1 y h_2 que satisfagan las condiciones de RP. Se define $H_1(z)$ como

$$H_1(z) := z^{-\alpha}P(z)Q(-1/z)(-z)^{-L}, \quad (7)$$

donde L es el grado de $Q(z)$ y

$$\alpha = \begin{cases} 0, & L \text{ impar} \\ 1, & L \text{ par,} \end{cases}$$

entonces $\alpha + L$ será impar. A partir de (13) y teniendo en cuenta que $\alpha + L$ es impar se comprueba que H_1 satisface la segunda condición de RP (6):

$$\begin{aligned} H_1(-z)H_1(1/z) &= \\ &= [(-z)^{-\alpha}P(-z)Q(1/z)z^{-L}] \cdot [z^\alpha P(1/z)Q(-z)(-z)^L] \\ &= (-1)^{\alpha+L}P(-z)Q(1/z)P(1/z)Q(-z) \\ &= -P(-z)Q(1/z)P(1/z)Q(-z) = -H_0(-z)H_0(1/z). \end{aligned}$$

Luego se puede encontrar un $H_2(z)$ que satisfaga la segunda condición de RP (6) a partir de

$$\begin{aligned} H_2(-z)H_2(1/z) &= \\ &= \frac{1}{2}[2 - H_0(-z)H_0(1/z) - H_1(-z)H_1(1/z)], \end{aligned} \quad (8)$$

que puede resolverse mediante una factorización.

B. Construcción de filtros

A partir del desarrollo analizado en la subsección anterior, el autor muestra que el conjunto de filtros es obtenido a partir una determinada factorización de la función de transferencia del filtro pasabajos $h_0(z)$. A continuación se analizan los pasos que el autor propone para obtener una factorización que maximice la cantidad de momentos nulos sin perder compacticidad en el soporte de las onditas. El interés en que las onditas tengan cierta cantidad de momentos nulos es porque al poseer más momentos nulos las funciones pueden representar señales más complejas con mayor precisión.

La construcción de $H_0(z)$ parte de que la cantidad de momentos nulos de $\phi_0(n)$ depende directamente de la cantidad de ceros sobre el eje real del plano z . Entonces, propone un pasabajos con K_0 ceros en $z = -1$,

$$H_0(z) = \left(\frac{1+z^{-1}}{2}\right)^{K_0} A(z), \quad (9)$$

donde $A(z)$ tiene grado M y satisfaciendo la normalización $H(1) = \sqrt{2}$, requerida para que las onditas estén bien definidas.

El filtro $H_0(z)$ es un pasabajos causal y $H_0(1/z)$ equivale a invertir temporalmente la respuesta al impulso, así convolucionando $h_0(n) * h_0(-n)$ o multiplicando $H_0(z)H_0(1/z)$ se obtiene un filtro pasabajos causal,

$$\begin{aligned} H_0(z)H_0(1/z) &= \left(\frac{1+z^{-1}}{2}\right)^{K_0} A(z) \left(\frac{1+z}{2}\right)^{K_0} A(1/z), \\ &= \left(\frac{1+z^{-1}}{2} \times \frac{1+z}{2}\right)^{K_0} A(z)A(1/z), \\ &= \left(\frac{z^{-1}+2+z}{4}\right)^{K_0} A(z)A(1/z). \end{aligned}$$

Entonces $2 - H_0(z)H_0(1/z)$ es un filtros pasaaltos, si este tiene $2K_2$ raíces en $z = 1$, para algún $B(z)$ se puede escribir

$$2 - H_0(z)H_0(1/z) = \left(\frac{-z^{-1}+2-z}{4}\right)^{K_2} B(z)B(1/z). \quad (10)$$

Suponiendo que $K_0 > K_2$, se factoriza $H_0(z)$ como $P(z)Q(z)$, donde

$$P(z) = \left(\frac{1+z^{-1}}{2}\right)^{K_1}, \quad (11)$$

$$Q(z) = \left(\frac{1+z^{-1}}{2}\right)^{K_2} A(z), \quad (12)$$

donde $K_0 = K_1 + K_2$. El grado de $Q(z)$ es $L = K_2 + M$, entonces a partir de (13), (11) y (12) se tiene

$$\begin{aligned} H_1(z) &= z^{-\alpha} \left(\frac{1+z^{-1}}{2}\right)^{K_1} \left(\frac{1-z}{2}\right)^{K_2} \\ &\quad \times A(-1/z)(-z)^{-(K_2+M)}, \\ &= z^{-\alpha} \left(\frac{1+z^{-1}}{2}\right)^{K_1} \left(\frac{1-z^{-1}}{2}\right)^{K_2} \\ &\quad \times A(-1/z)(-z)^{-M}. \end{aligned} \quad (13)$$

El filtro H_2 se puede encontrar utilizando (8). Más precisamente, a partir de (10) y (13) se obtiene

$$\begin{aligned} H_2(z)H_2(1/z) &= \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{-z^{-1}+2+z}{4}\right)^{K_2} B(z)B(1/z) \right. \\ &\quad \left. + z^{-\alpha}P(z)Q(-1/z)(-z)^{-L}z^\alpha P(1/z)Q(-z)(-z)^L \right\}, \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{-z^{-1}+2+z}{4}\right)^{K_2} B(z)B(1/z) \right. \\ &\quad \left. + P(z)Q(-1/z)P(1/z)Q(-z) \right\}, \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{-z^{-1}+2+z}{4}\right)^{K_2} B(z)B(1/z) \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{1+z^{-1}}{2} \frac{1+z}{2}\right)^{K_1} \left(\frac{1-z}{2} \frac{1-z^{-1}}{2}\right)^{K_2} A\left(\frac{-1}{z}\right)A(-z) \right\}, \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{-z^{-1}+2+z}{4}\right)^{K_2} B(z)B(1/z) \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{2+z+z^{-1}}{4}\right)^{K_1} \left(\frac{2-z-z^{-1}}{4}\right)^{K_2} A(-1/z)A(-z) \right\}, \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{-z^{-1}+2+z}{4}\right)^{K_2} C_r(z), \end{aligned}$$

donde $C_r(z)$ está definido como

$$C_r(z) := B(z)B(1/z) - \left(\frac{z^{-1}+2+z}{4}\right)^{K_1} A(z)A(1/z). \quad (14)$$

Factorizando $C_r(z)$ como $C(z)C(1/z) := C_r(z)$, y dividiendo (B) por $H_2(1/z)C(1/z)$ se puede escribir

$$H_2(z) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{1-z^{-1}}{2}\right)^{K_2} C(z). \quad (15)$$

Esto no determina unívocamente $C(z)$ existen distintas factorizaciones posibles, y se tiene

$$H_0(z) = \left(\frac{1+z^{-1}}{2}\right)^{K_0} A(z), \quad (16)$$

$$H_1(z) = z^{-\alpha} \left(\frac{1+z^{-1}}{2} \right)^{K_1} \left(\frac{1-z^{-1}}{2} \right)^{K_2} \times A(-1/z)(-z)^{-M}, \quad (17)$$

$$H_2(z) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{1-z^{-1}}{2} \right)^{K_2} C(z). \quad (18)$$

De esta manera el autor llega a un conjunto de expresiones mediante las cuales se pueden obtener cada uno de los filtros a partir de un determinado polinomio $A(z)$ y una posible factorización de $C_r(z)$.

Mediante el desarrollo anterior el autor propone una forma de encontrar un marco justo de onditas que puede ser utilizado para implementar una transformada onditas sobrecompleta. Es de interés, además, para obtener una buena representación de cualquier tipo de señal que las onditas que componen el marco tengan una cantidad de momentos nulos y sean de soporte compacto. Para encontrar dicho conjunto de funciones la propuesta es construir $H_0(z)H_0(1/z)$ como un filtro de respuesta finita, máximamente plano y de fase lineal descrito por Hermann [5] y obtener $H_0(z)$ mediante factorización.

IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Como se menciona en el análisis general, el resultado más importante del trabajo analizado es la comparación de las nuevas onditas con las clásicas. Por ejemplo, las onditas del ejemplo 2 del artículo son más regulares que las onditas ortonormales de Daubechies con el mismo número de momentos nulos. Menciona, además, que el parámetro de regularidad de Sobolev resulta considerablemente mayor para las nuevas onditas. En análisis del mismo ejemplo menciona que “si bien el marco de onditas propuesto está diseñado para proveer un muestreo del plano tiempo-frecuencia más denso, un efecto secundario positivo es el incremento de suavidad de las onditas”. Esto resulta confuso ya que la suavidad de las onditas está controlada por la cantidad de momentos nulos y en cada uno de los ejemplos se diseña un conjunto de filtros para una cantidad dada de momentos nulos. Por lo tanto la suavidad de las onditas no es un efecto secundario sino un objetivo que se tiene en cuenta en el diseño.

En el artículo se presentan resultados de la aplicación de la transformada onditas sobrecompleta propuesta al problema de limpieza de ruido y se compara el desempeño con otras transformadas. Los resultados expuestos sobre limpieza de ruido son interesantes; demuestran que la HDDWT se comporta casi tan bien como la UDWT, siendo la primera considerablemente menos expansiva.

Una observación importante es que la comparación se realiza sólo para un tipo de señal artificial. Teniendo en cuenta que la limpieza de ruido tiene numerosas aplicaciones, el autor podría realizar este experimento con distintos tipos de señales reales para poder valorar correctamente las ventajas de su propuesta. Si bien la señal que se utiliza es clásica y permite comparar con otras publicaciones, es

un caso muy particular y lejos de la realidad, y permite concluir sobre el posible desempeño en casos reales. Sería interesante, por ejemplo, saber que resultado se obtiene con señales de audio a distintos niveles de ruido.

También podría incluirse en la comparación con las otras transformadas expansivas que el autor realiza, resultados de limpieza de ruido utilizando técnicas basadas en la transformada paquete de onditas y matching pursuit [6]. Además, como el mismo autor menciona en la introducción del artículo, existen otras aplicaciones en las cuales las transformadas expansivas han mostrado mejorar los resultados. Sería interesante, por lo tanto, conocer como se comporta esta nueva transformada en otras aplicaciones.

Por otra parte, la figura que compara los resultados de limpieza de ruido está bien presentada, se detalla correctamente la metodología con la cuál se realizaron los experimentos y es importante destacar que la gráfica presentada se obtuvo promediando 200 realizaciones del experimento, lo cual permite valorar de mejor manera los resultados. Otro aspecto negativo es que, si bien se detallan la forma en que se generan las señales y el ruido, no se da una idea de la relación entre la cantidad de señal y la cantidad de ruido, no permitiendo dar una idea acerca de la robustez.

El autor menciona, además, que ha realizado otros experimentos de limpieza de ruido en el cual se utiliza el mismo umbral para todas las transformadas. Sin embargo, no da detalles de estos experimentos ni cuantifica adecuadamente la mejora que se obtiene de los mismos y por lo tanto el comentario carece de validez.

La propuesta del trabajo está cerrada ya que el desarrollo teórico concluye en un conjunto de filtros con propiedades interesantes y una transformada expansiva que tiene ciertas ventajas sobre las alternativas existente, al menos, para un caso particular de limpieza de ruido.

Entre los posibles cambios y extensiones al trabajo que se plantean, se menciona que para construir los filtros no es necesario que h_0 sea factor espectral de un filtro de respuesta finita, máximamente plano y de fase lineal. Otra extensión que se plantea es el desarrollo de una transformada onditas compleja de árbol dual (aproximadamente analítica) basada en el conjunto de filtros propuesto. Sin embargo, no se indica cuál sería la utilidad o el interés en realizar dicho desarrollo.

V. APÉNDICE

A. Regularidad de Sobolev

La regularidad está relacionada con la suavidad de $\phi(t)$ y $\psi(t)$ en el sentido del grado de diferenciabilidad. La regularidad de Sobolev está definida como el número real s_c más pequeño tal que $\tilde{\phi}(\omega)$ (transformada de Fourier de $\phi(t)$) satisface:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{\phi}(\omega)|^2 (1+\omega^2)^s d\omega < \infty \quad (19)$$

para todo $s < s_c$.

B. Cuasi-invariancia al desplazamiento

Como es sabido, las transformadas ondita en general no son invariantes al desplazamiento. Sin embargo, dicho comportamiento puede ser aproximado usando un conjunto redundante de filtros. Para evaluar la invariancia en la escala i , una función de paso discreto

$$\omega(n - n_0), \quad 0 \leq n_0 \leq 2^d - 1$$

alimenta un banco de filtros iterativo, siendo d el número de escalas. Entonces, se observa la consistencia de la salida en la escala d sobre todos los posibles desplazamientos. Se desea que las salidas resultantes sean tan similares como sea posible para todos los desplazamientos [3].

REFERENCIAS

- [1] M. J. Shensa, "The discrete wavelet transform: Wedding the à trous and mallat algorithms," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 40, no. 10, pp. 2464–2482, Octubre 1992.
- [2] J. M. Lewis y C. S. Burrus, "Approximate continuous wavelet transform with an application to noise reduction," en *Proc. Int. Conf. Acoustics, Speech, Signal Processing (ICASSP)*, vol. 3, pp. 1533–1536, Mayo 1998.
- [3] I. W. Selesnick y A. F. Abdelnour, "Symmetric nearly shift-invariant tight frame wavelets," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 53, no. 1, pp. 231–239, Enero 2005.
- [4] R. Amos y S. Zuowei, "Affine systems in $l_2(r^d)$: the analysis of the analysis operator," *Journal of Functional Analysis*, vol. 148.
- [5] O. Herrmann, "On the approximation problem in nonrecursive digital filter design," *IEEE Trans. Circuit Theory*, vol. 18, no. 3, pp. 411–413, Mayo 1971.
- [6] G. Xu y J. Meng, "Signal enhancement with matching pursuit," en *Vehicular Technology Conference, 2004. VTC2004-Fall. 2004 IEEE 60th*, vol. 3, pp. 1986–1990, Septiembre 2004.



FORMULARIO DE REVISION DE ARTICULOS

EVALUACIÓN GLOBAL (para ser devuelto a los autores)

Autor(es): Ivan W. Selesnick

Título: A Higher Discrete Wavelet Transform

Por favor, asigne puntaje en [0 ..10] para los aspectos detallados debajo.

1. Relevancia respecto a la temática central de la revista: 10
2. Originalidad: 8
3. Calidad técnica: 9
4. Claridad y organización del trabajo: 8
5. Título y presentación del resumen: 8
6. Correspondencia con el formato de estilo: 10

Valoración global: 8

- 10: Aceptación Fuerte (Calidad excelente, ideas claras)
 - 8: Aceptado (Calidad buena, resultados sólidos e interesantes)
 - 6: Aceptación débil (Vota por la aceptación, pero no lo defenderá)
 - 4: Débil Rechazo (no le gusta, pero no argumentará contra él)
 - 2: Rechazo (argumentará para rechazar este trabajo)
 - 0: Fuerte Rechazo (Impropio para esta revista)
-
-

COMENTARIOS DETALLADOS (para ser devuelto a los autores)

Por favor, describa las contribuciones principales del trabajo, proporcionando detalles que ayudarán a los autores a mejorar la calidad de su artículo.

1. Contribuciones principales:

El artículo presenta un aporte novedoso, el incremento de resolución tanto temporal como en las escalas que ofrece esta transformada la convierte en una nueva alternativa para el problema de limpieza de ruido y otras aplicaciones que el autor menciona. El diseño de marcos justos de ondas se resuelve de una manera práctica y sencilla.

2. Metodología y resultados:

El estudio desarrollado por el autor es claro y está bien formulado, lo que permite que otra persona pueda reproducirlo siguiendo los pasos como están explicados. En el artículo analizado los resultados están explicados claramente pero esta sección es muy poco extensa y se debería haber incluido más experimentos.

3. Desarrollo teórico y contenido matemático:

El desarrollo matemático es muy claro aunque se ha encontrado una afirmación para la cual se omite una justificación.

4. Formato y organización general:

La organización general es muy buena pero el formato de la bibliografía es incorrecto, ya que aparece en orden alfabético mientras que el formato de la editorial establece el orden por aparición.

En cuanto a las figuras, un detalle es que las distintas gráficas del trabajo presentan diferente grado de definición en el formato y en el tamaño de letra de los ejes. Además, por ejemplo en la figura 4, la escala de las gráficas es demasiado pequeña, así como el tamaño de la fuente de los ejes. Otra observación es que algunas figuras, como por ejemplo la 6 y la 1, tienen el título directamente sobre las imágenes mientras que lo usual es referenciarlos en el pie de imagen.

Sobran espacios entre el texto y muchas de las ecuaciones, además de que en las mismas se omiten las comas en la mayoría de las veces.

5. Estilo y lenguaje:

La redacción es muy clara y no presenta dificultades para la lectura. El estilo utilizado es el de la revista y se respeta salvo en la sección de la bibliografía.

6. Aspectos positivos:

Objetivos definidos, desarrollos claros y buena organización. El estudio desarrollado por el autor es claro y está bien formulado, lo que permite que otra persona pueda reproducirlo siguiendo los pasos como están explicados. Se desarrolla una transformada ondita diádica expansiva que sobremuestra tanto en tiempo como en frecuencia con un factor de dos. Se propone un conjunto de filtros con propiedades interesantes y una transformada expansiva que tiene ciertas ventajas sobre las alternativas existente, al menos, para un caso particular de limpieza de ruido.

7. Aspectos negativos:

Sección de resultados breve, sería interesante incorporar experimentos con señales reales.

En análisis de los ejemplos se menciona que un efecto secundario positivo del diseño de los filtros es el incremento de suavidad de las onditas. Esto resulta confuso ya que la suavidad de las onditas está controlada por la cantidad de momentos nulos y en cada uno de los ejemplos se diseña un conjunto de filtros para una cantidad dada de momentos nulos.

En la segunda sección se afirma que “si los filtros satisfacen ciertas condiciones de reconstrucción perfecta y la función de escala es suficientemente regular entonces las onditas escaladas y trasladadas forman un marco justo”; sin embargo esta afirmación no está justificada y en el artículo citado en esta parte del texto tampoco se demuestra dicho resultado.

8. Comentarios adicionales:

Un punto a favor es que el autor puso a disponibilidad un toolbox para Matlab que cuenta con la implementación de la transformada propuesta y una serie de scripts para reproducir los ejemplos presentados en el artículo. Sin embargo, dentro de este conjunto de rutinas no hay un script para reproducir de forma directa los experimentos.

Información para el Editor

- * Autor(es): Ivan W. Selesnick
- * Título: A Higher Discrete Wavelet Transform
- * Nombre del revisor: Leandro D. Vignolo
- * Su especialización en el tema del trabajo [0 ..10]: 7
- * Comentarios al Editor: