

Ejercicio previo a las clases del 17 y 24 de Abril de 2009

Ejercicio .1 Calcule la siguiente integral de Riemann de $f(x) = 1/x$ en el intervalo $-2 < x < 1$

Ejercicio .2 Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

calcule la integral de Riemann de

a $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx$

b $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x-1) dx$

c Compare ambos items. ¿Qué puede concluir?

Ejercicio .3 Calcule la integral del ejercicio anterior .2.b) por límites iterados:

a $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x-1) dx = \lim_{a \rightarrow +\infty} \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_{-a}^{+b} f(x-1) dx$ para $a > 0$ y $b > 0$.

b $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x-1) dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} \lim_{a \rightarrow +\infty} \int_{-a}^{+b} f(x-1) dx$ para $a > 0$ y $b > 0$.

c ¿Qué puede concluir?

Ejercicio .4 Dada la sucesión de funciones reales $\{f_n(x)\}$, con

$$f_n(x) = \begin{cases} 1/n & \text{si } x \in [0, n] \\ 0 & \text{para otro } x \end{cases},$$

calcule

a $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} f_n(x) dx \right)$.

b $\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(x) \right) dx$.

c ¿Qué puede concluir?