Curso de Posgrado

Análisis y Procesamiento Avanzado de Señales

Guía de Trabajos Prácticos Nº 3

Frames - Bases Wavelet

Curso acreditable en:
Doctorado en Ingeniería, UNL
Maestría en Ingeniería Biomédica, UNER

Junio de 2009

Objetivos

El objetivo general de esta guía de trabajos prácticos es que el alumno realice un estudio comprensivo de los Capítulos 5 y 7 del libro de Mallat [1]

Presente los desarrollos pedidos en forma manuscrita, prolija y con letra **clara** y **legible**. No se aceptará en formato electrónico la parte teórica o conceptual de los trabajos. La parte informática deberá ser presentada en una archivo comprimido `TP#NombreAlumno.zip` o `TP#NombreAlumno.rar`, con un el desarrollo en un archivo `TP#NombreAlumno.pdf` y un directorio con los correspondientes archivos `[filename.m]` y la salidas obtenidas, si correspondiera.

Problemas

Fecha: 5 de junio, 2009.

Lectura independiente: Se recomienda un estudio exhaustivo del capitulo 5 y secciones 7.1 y 7.3, en particular del algoritmo “a trous” de la seccion 5.52 y la fast orthogonal wavelet transform, de la sección 7.3.1.

Capítulos V y VII. Frames. Wavelet Bases. →

1. Determine la validez de cada una de las siguientes afirmaciones y demuestre su conclusión[1]:

   a) Toda matriz hermítica es simétrica.

   b) La suma de matrices hermíticas en $\mathcal{C}^{n\times m}$ es también hermítica.

   c) La suma de matrices unitarias es unitaria.

   d) El producto de matrices ortogonales es una matriz ortogonal.

2. Demuestre los resultados expuestos en la subsección “Spline Dyadic Wavelets” (página 152-153), justificando los pasos que permiten arribar a las ecuaciones correspondientes.

3. Complete la demostración del ejemplo de aproximación multirresolución con funciones continuas por tramos (Ejemplo 7.1).

4. Complete la demostración del Teorema 7.1 (página 225).

5. Complete el desarrollo de las secciones 5.5.2 (Algoritmo “A Trous”) y 7.3.1 (Fast Orthogonal Wavelet Transform), explicando claramente sus similitudes y diferencias. Presente diagramas de flujo con el cual podría implementarlos computacionalmente.

Ejercicios de laboratorio

1. Fourier frames: Complete el desarrollo del tutorial que aparece en la siguiente página web:
   `http://www.ceremade.dauphine.fr/~peyre/numerical-tour/tours/audio_processing/`
   Para ello, instale los paquetes de matlab requeridos y siga las instrucciones del tutorial. En este tutorial se explora la utilización de un marco ajustado basado en la transformada de Fourier de tiempo corto.

[1] Recuerde que si desea demostrar que una afirmación es válida de manera general, entonces debe hacerlo analíticamente; si en cambio, existen casos en que dicha afirmación no es válida, la demostración se puede realizar por medio de un ejemplo o analíticamente por el absurdo.

2. Utilice la función wavefun para explorar las formas de las funciones ondita y de escala para la familia Daubechies 6. Utilize 2, 3 y 4 iteraciones. Para cada función (de escala y ondita) y para cada numero de iteraciones, grafique tambien la magnitud de la transformada de Fourier de las mismas.

3. Utilice una señal real (por ejemplo, una señal de audio) y analicela mediante la transformada ondita semicontinua (función cwt de matlab) utilizando diferentes onditas madre (explore las opciones con el comando waveinfo).

4. Sobre la misma señal, explore la descomposición ondita generada mediante la transformada ondita diádica discreta (tambien llamada DWT), que es el algoritmo explorado en la sección 7.3.1:

   a) La función dwt permite generar un nivel de descomposición, es decir, a partir de la señal en un espacio, obtiene los coeficientes de aproximación y detalle de la siguiente escala. Explore su uso, generando iterativamente la descomposición hasta nivel $L = 3$.

   b) La función idwt permite reconstruir un nivel de la descomposición. Explore la reconstrucción para la señal descompuesta hasta escala $L = 3$ del caso anterior.

   c) Compare sus resultados con las funciones wavedec y waverec, que permiten realizar la descomposición y reconstrucción completa hasta el nivel deseado.

   d) Escriba una funcion en Matlab que permita visualizar en graficas separadas, la señal original y los coeficientes de la descomposición para cada escala. Por ejemplo, si se aplicó una descomposición hasta nivel 2, debe producir una gráfica con 4 subgráficas, una para la señal original, otra para los coeficientes de detalle para la escala $j = 1$, otra para los coeficientes de detalle en escala $j = 2$ y otra para los coeficientes de aproximación a escala $j = 2$. Pruebe esta función para la señal seleccionada, haciendo una descomposición hasta el nivel 3.

   e) A partir de la descomposición obtenida con wavedec, la función wrcoef permite obtener la reconstrucción a partir de los coeficientes de aproximación o de detalle del nivel que se desee, es decir, permite obtener la proyección sobre V_j y W_j. Escriba una función que permita graficar en subgráficas, la señal original y las proyecciones en los subespacios $W_1, \ldots, W_p$ y V_p para una descomposición con p niveles. Pruebe esta función sobre una descomposición multiresolución hasta nivel $p = 3$.

Bibliografía

[1] S. G. Mallat. *A Wavelet Tour of Signal Processing.* Academic Pr, Cambridge, 1999.