

Curso de Posgrado
Análisis y Procesamiento Avanzado de Señales

Guía de Trabajos Prácticos N° 2
Muestreo en espacios de Lebesgue

Curso acreditable en:
Doctorado en Ingeniería, UNL
Maestría en Ingeniería Biomédica, UNER



Mayo de 2009

Objetivos

El objetivo general de esta guía de trabajos prácticos es que el alumno realice un estudio comprensivo de los Capítulos III del libro de Mallat [1] y que relacione los conceptos adquiridos en la carrera de grado (repasados en la primera guía) con sus extensiones a espacios de Lebesgue. En particular, se desarrollan en este capítulo los siguientes temas, en los espacios $L^1(\mathbb{R})$ y/o $L^2(\mathbb{R})$,:

- Teorema de muestreo.
- Aliasing
- Respuesta impulsiva y función de transferencia.
- Series de Fourier
- Transformada de Fourier discreta.
- Convolución discreta.
- Señales analíticas.

Presente los desarrollos pedidos en forma manuscrita, prolija y con letra **clara** y **legible**. No se aceptará en formato electrónico la parte teórica o conceptual de los trabajos. La parte informática deberá ser presentada en una archivo comprimido TP#NombreAlumno.zip o TP#NombreAlumno.rar, con un el desarrollo en un archivo TP#NombreAlumno.pdf y un directorio con los correspondientes archivos [filename.m] y la salidas obtenidas, si correspondiera.

Problemas

Fecha: 15 de mayo, 2009.

En esta sección se presenta una serie de problemas que complementan el estudio del capítulo III de libro de Mallat [1]. Se solicita detallar, paso a paso, la deducción de algunas ecuaciones que forman parte del desarrollo teórico y se recomienda resolver un listado de los problemas que se encuentran al final de dicho capítulo. Además se verán propiedades de las señales analíticas útiles para el capítulo 4.

Lectura independiente: Se recomienda completar la lectura de las secciones del Capítulo III no vistas en clase y el artículo [2].

Capítulos III. y IV Muestreo en espacios de Lebesgue, Tiempo-Frecuencia. → Demuestre los siguientes enunciados.

1. Teorema de Muestreo de Whittaker-Shannon (Teorema 3.1).
2. Complete la deducción de la ecuación 3.11, que requiere la utilización de la Formula de Poisson (Teorema 2.4 del capitulo 2).
3. Escriba un programa en Matlab que permita visualizar la convergencia de la fórmula de Poisson antes mencionada.
4. Proposición 3.2: el conjunto de funciones $\{h_T(t - nT)\}_{n \in \mathbb{Z}}$, con las funciones interpolantes $h_T(t) = \sin(\pi t/T)/(\pi t/T)$, forma una base ortogonal para las señales cuya transformada de Fourier tienen soporte incluido en $[-\pi/T, \pi/T]$.
5. Teorema de la convolución discreta para la transformada de Fourier de señales de variable temporal discreta (Teorema 3.3).
6. Problema 3.6 (pag. 64) [1]: Sea $g[n] = (-1)^n h[n]$. Encuentre la relación entre $\hat{g}(\omega)$ y $\hat{h}(\omega)$. Si h es un filtro pasabajos, ¿puede $\hat{g}(\omega)$ ser también pasabajos?
7. Demuestre que si $f_a(t)$ es una función analítica, entonces está enteramente caracterizada por su parte real $f = \text{Re}[f_a]$ y es

$$\hat{f}(\omega) = \frac{\hat{f}_a(\omega) + \hat{f}_a^*(-\omega)}{2}$$

8. Demuestre que si $f(t) = a \cos(\omega_0 t + \Phi)$, entonces la función analítica asociada es $f_a(t) = a \exp[i(\omega_0 t + \Phi)]$.

Bibliografía

- [1] S. G. Mallat. *A Wavelet Tour of Signal Processing*. Academic Pr, Cambridge, 1999.
- [2] M. Unser. Sampling—50 Years after Shannon. *Proceedings of the IEEE*, 88(4):569–587, April 2000. <http://bigwww.epfl.ch/publications/unser0001.html>.